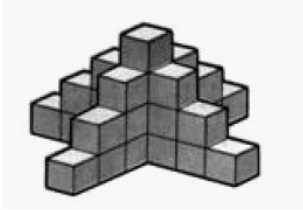


Командні математичні змагання для школярів 6-7 класів Харківської області

13 вересня 2015 р.

Умови і розв'язки

1. Скільки кубиків використано для побудування вежі?



*Відповідь:* 28.

2. Якщо я захочу купити 4 олівця, то мені не вистачить 2 гривень, а якщо я куплю 3 олівця, то у мене залишиться 4 гривні. Скільки у мене грошей?

*Відповідь:* 22 гривні.

3. У ряд (в якомусь порядку) стоять три боги – Бог Правди, Бог Брехні та Бог Дипломатії. Бог Правди каже тільки правду, Бог Брехні завжди бреше, а Бог Дипломатії може як збрехати, так і сказати правду. Першого питають: «Хто стоїть поруч з тобою?» Він відповідає: «Бог Правди». Другого питають: «Хто ти?» – «Бог Дипломатії». Третьому задають питання: «Хто поруч з тобою?» – «Бог Брехні». Хто стоїть посередині?

*Відповідь:* Бог Брехні.

*Вказівка.* Перший не може бути Богом Правди і другий теж не може бути Богом Правди.

4. З десятицифрового числа 2946835107 викреслили 5 цифр. Яке найбільше число могли в результаті отримати?

*Відповідь:* 98517.

*Вказівка.* Викреслюємо цифри так, щоб більші цифри опинилися у старших розрядах.

5. Без горіха (від дупла до ліщини) білка біжить зі швидкістю 4 м/с, а з горіхом (від ліщини до дупла) – зі швидкістю 2 м/с. На шлях від дупла до ліщини і назад вона витрачає 54 секунди. Знайдіть відстань від дупла до ліщини.

*Відповідь:* 72 метри.

*Вказівка.* Від ліщини до дупла білка біжить  $\frac{1}{3}$  всього часу, тобто 18 секунд.

6. Яку найбільшу площу може мати прямокутник, периметр якого дорівнює 40 см?

*Відповідь:* 100 см<sup>2</sup>.

*Вказівка.* Це – квадрат зі стороною 10 см.

*Зауваження.* За означенням, прямокутник – це чотирикутник, у якого усі кути прямі. Квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони рівні. Тобто квадрат є частковим випадком прямокутника.

Іншими словами, множина квадратів є підмножиною множини прямокутників.

7. Камінь важить 5 кг, ще третину каменя і ще половину каменя. Скільки важить камінь?

*Відповідь:* 30 кг.

*Вказівка.* 5 кг – це  $\frac{1}{6}$  каменя.

8. Дід вдвічі сильніший за Бабку, Бабка втричі сильніша за Внучку, Внучка вчетверо сильніша за Жучку, Жучка вп'ятеро сильніша за Кішку, Кішка вшестеро сильніша за Мишу. Дід, Бабка, Внучка, Жучка й Кішка разом з Мишею можуть витягнути Ріпку, а без Миші – не можуть. Скільки Мишей треба покликати, щоб вони самі змогли витягнути Ріпку?

Відповідь: 1237.

Вказівка. Одну Кішку можуть замінити 6 Мишей. Одну Жучку можуть замінити 5 Кішок. Отже, одну Кішку можуть замінити  $5 \cdot 6 = 30$  6 Мишей... Продовжуючи, отримуємо: щоб витягнути Ріпку, потрібна сила  $1 + 6 + 30 + 120 + 360 + 720 = 1237$  Мишей.

9. У запису  $3 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$  розставили дужки так, щоб отримати найменший можливий результат. Яке число дістали?

Відповідь: 6.

Вказівка.  $(3 \cdot 12 + 18) : (6 + 3)$ .

10. За 2 секунди мама-кенгуру робить три стрибки, а кенгурятко – п'ять стрибків. Довжина стрибка мами-кенгуру 6 метрів, а довжина стрибка кенгурятки втричі менша. Мама з кенгурятком грають у наздоганялки: спочатку кенгурятко відстрибує на 12 стрибків, а потім мама починає його наздоганяти, а він стрибає далі. За який час мама його дожене?

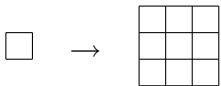
Відповідь: 6 секунд.

Вказівка. За 2 секунди мама стрибає на  $3 \cdot 6 = 18$  метрів, а кенгурятко – на  $5 \cdot 2 = 10$  метрів. Отже, за 2 секунди мама прострибує на 8 метрів більше. А щоб наздогнати кенгурятко, їй треба прострибати на  $12 \cdot 2 = 24$  метри більше.

11. Щоб пофарбувати поверхню кубика  $1 \times 1 \times 1$ , потрібно 6 грамів фарби. Скільки фарби треба, щоб пофарбувати кубик  $3 \times 3 \times 3$ ?

Відповідь: 54 грами.

Вказівка. Площа кожної грані кубика  $3 \times 3 \times 3$  у 9 разів більша, ніж площа грані кубика  $1 \times 1 \times 1$ :



12. Василь і Катруся – брат і сестра. У них велика сім'я. У Катрусі втричі більше братів, ніж сестер. А у Василя братів на два більше, ніж сестер. Скільки в сім'ї дітей?

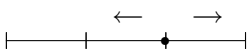
Відповідь: 9.

Вказівка. У сім'ї 6 братів і 3 сестри: у Катрусі 6 братів і 2 сестри, а у Василя – 5 братів і 3 сестри.

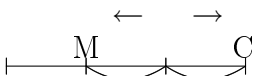
13. Маша і Саша, посварившись, пішли з рівними швидкостями у протилежні сторони. Через 3 хвилини Саша вирішив помиритися, розвернувся, збільшив швидкість у три рази і почав наздоганяти Машу. Скільки пройде хвилин, перш ніж він наздожене Машу (від моменту, коли він вирішив помиритися)?

Відповідь: 3 хвилини.

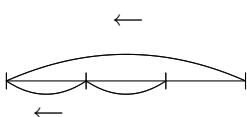
Вказівка.



З цієї точки Маша і Саша вийшли.



Тут вони були через 3 хвилини. І Маша, і Саша пройшли однаковий шлях (на малюнку позначений як маленький відрізок).



А за наступні 3 хвилини Маша пройде ще один такий відрізок, а Саша – утричі більше, тобто 3 таких відрізки.

14. Точно опівдні 15-метровий стовп дає тінь 10 метрів. Яка висота дерева, що у той самий час дає тінь 15 метрів?

*Відповідь:* 22,5 метри.

*Вказівка.* У цей час предмет – у півтора рази більший за свою тінь. Тобто якщо тінь дорівнює 15 метрам, то сам предмет у півтора рази вищий, тобто дорівнює  $15 + 7,5 = 22,5$  метрам.

15. У 28 учнів класу на батьківські збори прийшли тата та мами. Мам було 24, а тат 18. У скількох учнів на збори прийшли одночасно і тато, і мама?

*Відповідь:* у 14.

*Вказівка.* Мам і тат разом було 42, а учнів – лише 28. Якщо кожний учень візьме одного зі своїх батьків за руку, 14 дорослих будуть зайвими.

16. Батькові 41 рік, старшому сину 13 років, доньці 10 років, а молодшому сину 6 років. Через скільки років вік батька буде дорівнювати сумі років його дітей?

*Відповідь:* через 6 років.

*Вказівка.* Сума років дітей дорівнює 29 і кожного року вона зростає на 3. Різниця між віком батька і сумою років дітей дорівнює 12 і кожного року скоротшується на 2.

17. У кошику лежать 30 грибів – білих та маслюків. Відомо, що серед будь-яких 12 грибів є хоча б один білий, а серед будь-яких 20 грибів є хоча б один маслюк. Скільки білих грибів у кошику?

*Відповідь:* 19.

*Вказівка.* Якщо у кошику принаймні 20 білих, то можна витягнути ці 20 грибів і серед них не буде жодного маслюка, що суперечить умові задачі. Отже, білих – не більше 19. Якщо у кошику принаймні 12 маслюків, можна витягнути ці 12 грибів і серед них не буде жодного білого, що теж суперечить умові задачі. Отже, маслюків – не більше 11. За умовою, інших грибів у кошику немає, а разом їх 30. Отже, з них рівно 19 білих і рівно 11 маслюків.

18. Мураха і Стоніжка змагалися з бігу. У той момент, коли Мураха пробігла  $\frac{5}{6}$  дистанції, а Стоніжка –  $\frac{2}{3}$  дистанції, відстань між ними дорівнювала 1 метру. Якою була довжина дистанції?

*Відповідь:* 6.

*Вказівка.* У вказаний момент відстань між Мурахою і Стоніжкою дорівнювала  $\frac{1}{6}$  дистанції.

19. Василю подарували акваріум у формі куба, якій вміщує 64 літри води ( $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$ ). Василь наповнив акваріум, причому не долив 5 см до верхнього краю. Скільки літрів води він налив в акваріум?

*Відповідь:* 56 л.

*Вказівка.* Оскільки  $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$ , то можна підрахувати розміри акваріума:  $4 \times 4 \times 4 \text{ дм}$  або  $40 \times 40 \times 40 \text{ см}$ . Василь не долив 5 см до верхнього краю. А оскільки 4 см – це  $\frac{1}{8}$  від висоти акваріума, то Василь не долив  $\frac{1}{8}$  кількості води, що може вміститися в акваріум (за умовою, 64 літри). Отже, він налив  $64 - 8 = 56$  літрів.

20. Вчора Петрик розв'язав на 11 задач менше, ніж позавчора, і на 32 задачі менше, ніж позавчора і сьогодні разом. Скільки задач розв'язав Петрик сьогодні?

*Відповідь:* 21.

*Вказівка.* Нехай позавчора Петрик розв'язав  $P$  задач, а сьогодні –  $C$  задач. Тоді вчора він розв'язав  $P-11=P+C-32$  задач. З цього рівняння дістаємо  $C=21$ .